

A Uträkningar

A.1 Beräkning av spänning vid töjningsgivare

Givet i uppgiften är:

$$R_{cal} = 30000 \, \Omega$$

$$R_0 = 120.0 \, \Omega$$

$$g = 2.11$$

Elasticitetsmodulen för stålet antas vara $E = 210 \, \text{GPa}$

vilket ger

$$\varepsilon_{cal} = \frac{-R_0}{(R_{cal} + R_0) \cdot g} = \frac{-120.0}{(30000 + 120.0) \cdot 2.11} = -1.89 \cdot 10^{-3} \quad (1)$$

Vid kalibrering och ballansering fås U_{cal} samt U_{bal} ur vilka bestäms

$$C_{alf} = \frac{\varepsilon_{cal}}{(U_{cal} - U_{bal})} \quad (2)$$

Vid töjningsgivaren fås nu med uppmätt värde U_{meas} töjningen ur

$$\varepsilon_{meas} = C_{alf} \cdot (U_{meas} - U_{bal}) \quad (3)$$

Tillsammans med Hookes lag, $\sigma = E \cdot \varepsilon$, kan spänningen nu beräknas vid töjningsgivarna.

A.1.1 Töjningsgivare 3

För $U_{bal} = -1.4 \cdot 10^{-3} \, \text{V}$, $U_{cal} = -0.494 \, \text{V}$ och $U_{meas} = 76.3 \cdot 10^{-3} \, \text{V}$ fås med hjälp av (2):

$$C_{alf} = \frac{-1.89 \cdot 10^{-3}}{(-0.494 - (-1.4 \cdot 10^{-3}))} = 3.81 \cdot 10^{-3} \, \text{V} \quad (4)$$

Vilket insatt i (3) ger oss töjningen:

$$\varepsilon_{meas} = 3.81 \cdot 10^{-3} \cdot ((76.3 \cdot 10^{-3}) - (-1.4 \cdot 10^{-3})) = 295 \cdot 10^{-6} = 295 \, \mu\text{strain} \quad (5)$$

Hookes lag ger nu spänningen

$$\sigma_3 = E \cdot \varepsilon_{meas} = 210 \cdot 10^9 \cdot 295 \cdot 10^{-6} = 6.195 \cdot 10^6 \, \text{N/m} = 61.95 \, \text{MPa} \quad (6)$$

A.1.2 Töjningsgivare 4

Vid töjningsgivare fyra uppmättes två mätvärden $U_{meas1} = -3.3 \, \text{mV}$ och $U_{meas2} = -100.0 \, \text{mV}$. För $U_{bal} = 0.2 \, \text{mV}$ och $U_{cal} = 0.485 \, \text{V}$ får vi i (2)

$$C_{alf} = \frac{-1.89 \cdot 10^{-3}}{(0.485 - 0.2 \cdot 10^{-3})} = -3.89 \cdot 10^{-3} \, \text{V} \quad (7)$$

Töjningen beräknas på samma sätt som ovan till:

$$\varepsilon_{meas} = -3.89 \cdot 10^{-3} \cdot (-0.1 - 0.2 \cdot 10^{-3}) = 390.6 \cdot 10^{-6} = 390.6 \, \mu\text{strain} \quad (8)$$

Nu kan spänningen beräknas till

$$\sigma_4 = E \cdot \varepsilon_{meas} = 210 \cdot 10^9 \cdot 390.6 \cdot 10^{-6} = 82.026 \cdot 10^6 \, \text{N/m} = 82.026 \, \text{MPa} \quad (9)$$

A.1.3 Töjningsgivare 5

Bestämning av spänningen vid givare 5 görs på samma sätt som för töjningsmätare 3 och 4 men med $U_{bal} = 1.6 \text{ mV}$, $U_{cal} = 0.486 \text{ V}$ samt $U_{meas} = -32.8 \text{ mV}$ och vi får

$$C_{alf} = \frac{-1.89 \cdot 10^{-3}}{(0.486 - 1.6 \cdot 10^{-3})} = -3.90 \cdot 10^{-3} \text{ V} \quad (10)$$

Vilket insatt i (3) ger töjningen:

$$\varepsilon_{meas} = -3.90 \cdot 10^{-3} \cdot (-32.8 \cdot 10^{-3} - 1.6 \cdot 10^{-3}) = 134.16 \cdot 10^{-6} = 134.16 \text{ } \mu\text{strain} \quad (11)$$

Hookes lag ger nu spänningen

$$\sigma_5 = E \cdot \varepsilon_{meas} = 210 \cdot 10^9 \cdot 134.16 \cdot 10^{-6} = 28.17 \cdot 10^6 \text{ N/m} = 28.17 \text{ MPa} \quad (12)$$

A.2 Beräkning av påförd last

Balk HEA 140 med total längd om 2 m men upplagd 20 mm in vid bägge ändarna ger $L = 2.0 - 2 \cdot 0.02 = 1.96 \text{ m}$. Ur tabell i [1] fås balktvärsnittets yttertröghetsmoment $I_z = 10.33 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$. Balkens höjd $h = 133 \text{ mm}$ tillsammans med flänsens tjocklek $t = 8.5 \text{ mm}$ ger oss avståndet från tyngdpunkten till givarna $y = h/2 - t = 0.0665 - 0.0085 = 0.058 \text{ m}$.

Sambandet mellan moment och normalspänning är [1]

$$\sigma_x = \frac{-M_z}{I_z} \cdot y \quad (13)$$

A.3 Givare 4

Då töjningsmätaren sitter på mitten av balken kan med hjälp av formelsamling [1] och statiskt bestämt tvärsödsbalk fall 1 direkt utläsas att momentet vid givare fyra är $M(1.0) = P \cdot L/4 = 0.49 \cdot P$

Genom att utnyttja momentet ovan samt ekvationen för böjmoment kan lasten P bestämmas till

$$P = \frac{\sigma_4 \cdot I_z}{0.49 \cdot y} = 29815 \text{ N} = 29.8 \text{ kN} \quad (14)$$

A.4 Givare 3

Töjningsgivare 3 är placerad 1.250 m in på balken det vill säga $1.250 - 0.02 = 1.230 \text{ m}$ från upplaget och 0.250 m från lasten vid balkens mitt. För $R_{Ay} = 0.5P$ [1] fås momentet vid givaren

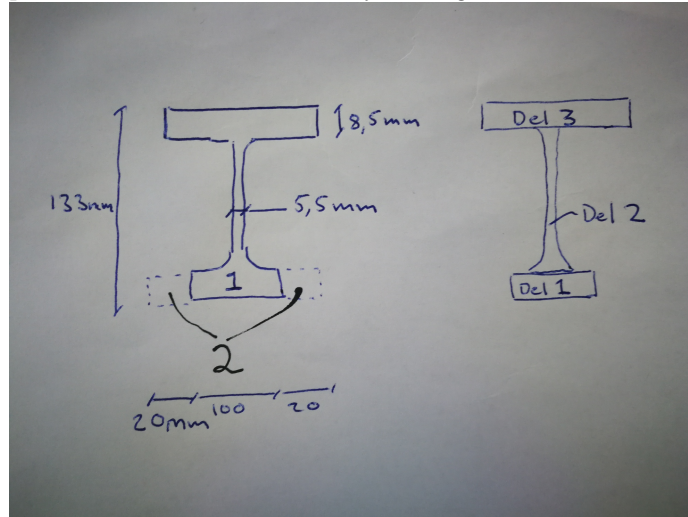
$$M(1.250) = 0.5P \cdot 1.230 - P \cdot 0.250 = 0.365 \cdot P \quad (15)$$

Nu kan ekvation (1) nyttjas och lasten blir

$$P = \frac{\sigma_3 \cdot I_z}{0.365 \cdot y} = 30229 \text{ N} = 30.2 \text{ kN} \quad (16)$$

A.5 Givare 5

Då två urtag har gjorts i den nedre flänsen skiljer sig tvärsnittsarean och yttertröghetsmomentet vid denna givare från de värden som nyttjats ovan. På varje sida har flänsen i balkens nedre del minskats med 20 mm. Genom att beräkna tvärsnittsarean för det kvarstående samt det borttagna delarna kan vi med hjälp av Steiners sats bestämma yttertröghetsmomentet i tvärsnittet och



sedan beräkna lasten P.

Steiners sats ger:

$$I_z = I_{z_1} + A_1 \cdot \bar{y}_1^2 + I_{z_2} + A_2 \cdot \bar{y}_2^2 \quad (17)$$

För att kunna bestämma yttertröghetsmomentet för det kvarstående tvärsnittet I_{z_1} börjar vi med att bestämma tyngdpunkten \bar{y}_1 genom

$$\bar{y}_1 = \frac{A_{del1} \cdot y_{del1} + A_{del2} \cdot y_{del2} + A_{del3} \cdot y_{del3}}{A_1} \quad (18)$$

Balkens totala tvärsnittsarea $A = 3152 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$. Arean av de bortskurna bitarna $A_2 = (0.02 \cdot 2) \cdot 0.0085 = 3.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. Återstående area $A_1 = A - A_2 = 2.802 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. Arean för delarna hos det återstående tvärsnittet ges av $A_{del1} = 0.1 \cdot 0.0085 = 8.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $A_{del3} = 0.14 \cdot 0.0085 = 1.19 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ och $A_2 = A - 2 \cdot A_{del3} = 7.62 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Tyngtpunkterna hos de enskilda delarna blir $y_{del1} = 0.0085/2 = 0.00425 \text{ m}$, $y_{del2} = 0.133/2 = 0.0665 \text{ m}$ och $y_{del3} = 0.133 - 0.0085/2 = 0.12875 \text{ m}$.

Nu kan den nya tyngdpunkten beräknas till

$$\bar{y}_1 = \frac{0.00085 \cdot 0.00425 + 0.0665 \cdot 7.62 \cdot 10^{-4} + 0.12875 \cdot 1.19 \cdot 10^{-3}}{2.802 \cdot 10^{-3}} = \frac{2.07 \cdot 10^{-4}}{2.802 \cdot 10^{-3}} = 0.07405 \text{ m} \quad (19)$$

Tröghetsmomentet I_{z_2} för den bortskurna delen beräknas enligt

$$I_{z_2} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{(0.02 \cdot 2) \cdot 0.0085^3}{12} = 2.047 \cdot 10^{-9} \quad (20)$$

Tyngtpunkterna för det kvarstående och borttagna tvärsnittet i förhållande till hela tvärsnittets tyngtpunkt blir $\bar{y}_1 = 0.7405 - 0.0665 = 7.55 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ samt $\bar{y}_2 = 0.00425 - 0.0665 = -0.06225 \text{ m}$.

Nu kan yttertröghetsmomentet för det kvarstående tvärsnittet bestämmas genom att nyttja Steiners sats ovan enligt

$$I_{z_1} = I_z - A_1 \cdot \bar{y}_1^2 - I_{z_2} - A_2 \cdot \bar{y}_2^2 = 10.33 \cdot 10^{-6} - 1.597 \cdot 10^{-7} - 2.047 \cdot 10^{-9} - 1.318 \cdot 10^{-6} = 8.851 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4 \quad (21)$$

Momentet i punkten där givaren sitter ges av $M = 0.255 \cdot P/2 = 0.1275P$. Nu kan kraften beräknas enligt samma sätt som för givarna 3 och 4 till

$$P = \frac{\sigma_5 \cdot I_{z_1}}{0.1275 \cdot y} = \frac{28.17 \cdot 10^6 \cdot 8.851 \cdot 10^{-6}}{0.1275 \cdot (-0.07405 + 0.0085)} = 29833 \text{ N} = 29.8 \text{ kN} \quad (22)$$

A.5.1 Last vid nedböjning

För uppmätta värden på nedböjning $v_1 = -2.6 \text{ mm}$, $v_2 = -5.5 \text{ mm}$ kan vi tillsammans med töjningsmätarens värden om $U_1 = -3.3 \text{ mV}$ och $U_2 = -100 \text{ mV}$. korrigera nedböjningen med hjälp av räta linjens ekvation $y = kx + m$ där

$$k = \frac{\Delta v}{\Delta U} = \frac{-5.5 + 2.6}{-100 + 3.3} = 0.0299 \quad (23)$$

vilket insatt i räta linjens ekvation ger $m = -2.501$. Nu kan U vid $v = 0$ beräknas till $U = 86.6972 \text{ mV}$. Vi kan nu korrigera nedböjningen vid den andra mätningen enligt $U_2 = -83.39 - 3.3 + 100 = -13.36 \text{ mV}$ vilket ger $v = k \cdot U_2 = -3.99 \text{ mm}$ och vi kan nu beräkna lasten till

$$P = \frac{48EI \cdot v}{L^3} = 55242 \text{ N} = 55.2 \text{ kN} \quad (24)$$